



L'INSEGNAMENTO DELLA FISICA  
E DELLE SCIENZE IN UNA  
PROSPETTIVA SISTEMATICA,  
STORICA E CRITICA

BOLOGNA / 27-29 GENNAIO 2022

# Verifica del principio di conservazione dell'energia meccanica

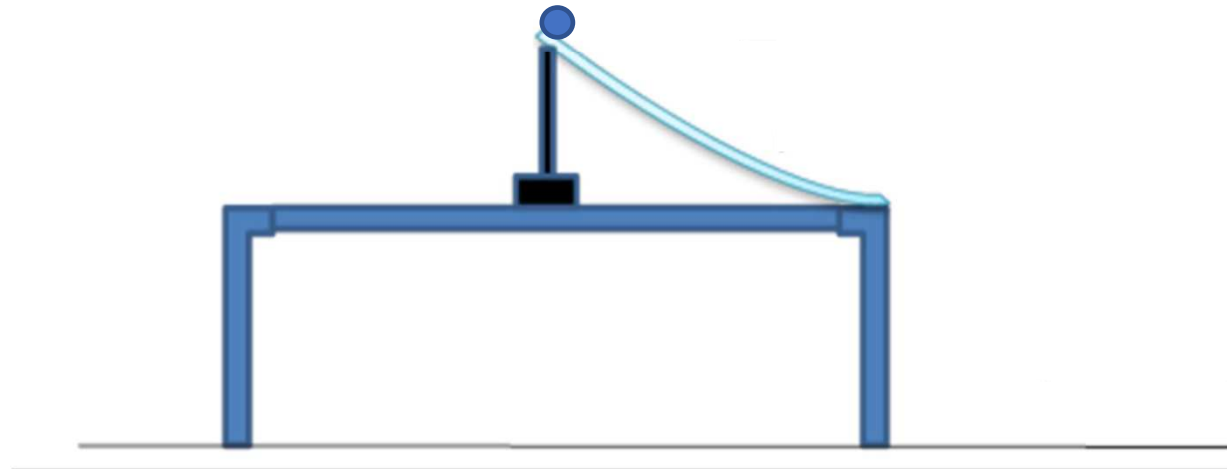
Adriana Postiglione

Dipartimento di Matematica e Fisica, Università Roma Tre





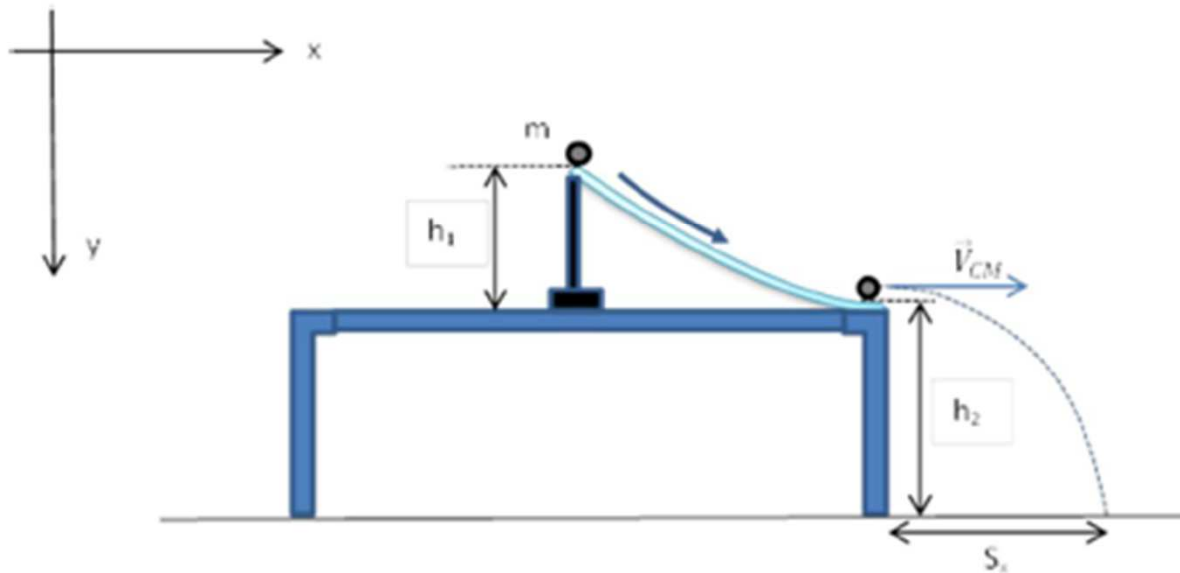
Verificare la conservazione dell'energia meccanica  
nel moto di una sferetta lasciata cadere  
lungo una guida inclinata posta su un tavolo



<https://farelaboratorio.accademiadelle scienze.it/esperimenti/fisica/25>



## Conservazione dell'energia meccanica



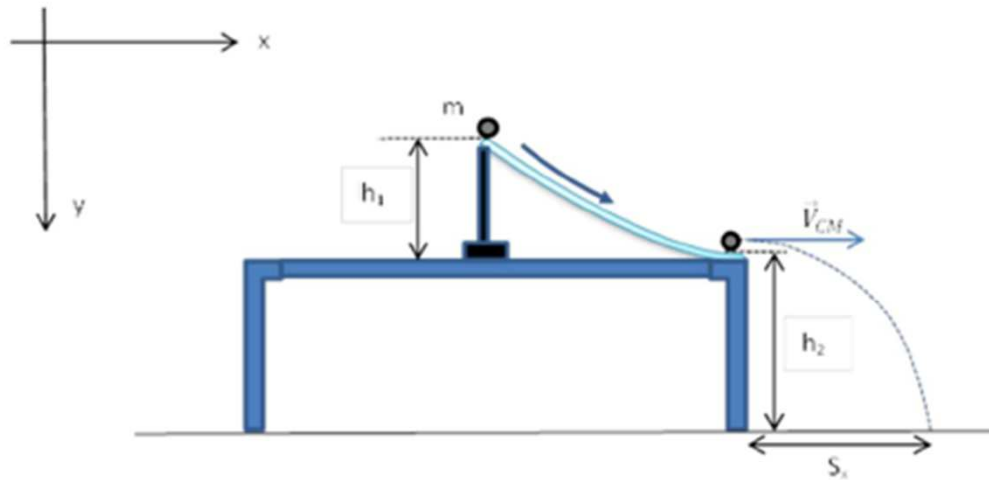
$$x(t) = v_{cm} t$$

$$y(t) = \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_{cm}^2}$$

$$h_2 = \frac{1}{2} g \frac{S_x^2}{v_{cm}^2} \rightarrow S_x = \sqrt{\frac{2 h_2 v_{cm}^2}{g}}$$

## Conservazione dell'energia meccanica



$$S_x = \sqrt{\frac{2h_2 v_{cm}^2}{g}}$$

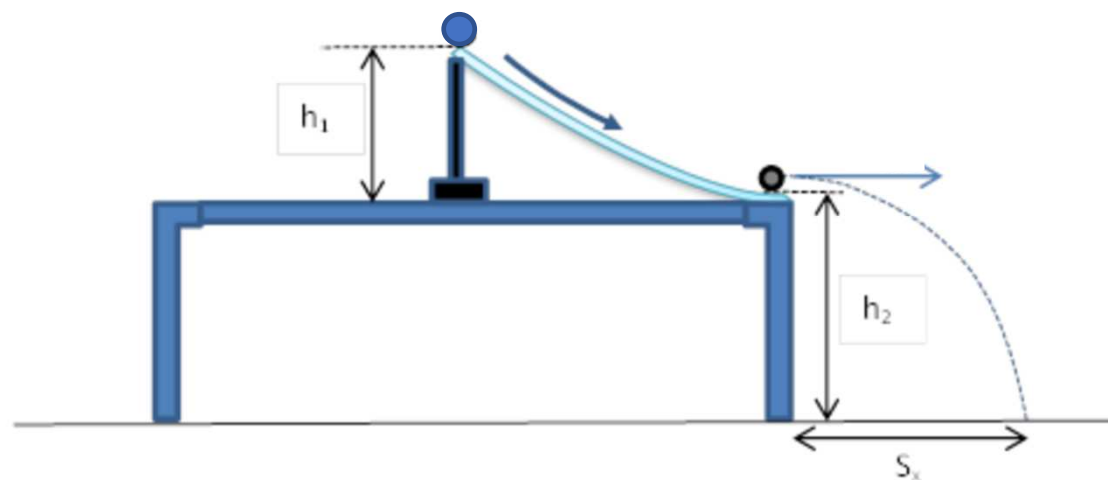
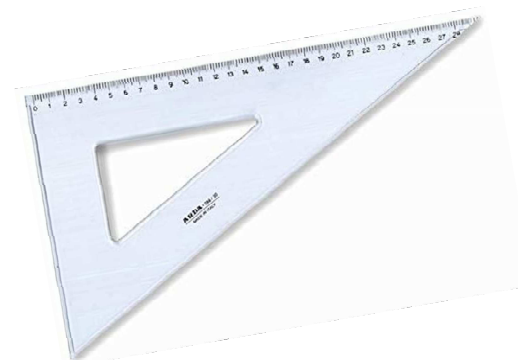
Punto materiale:  $\frac{1}{2} m v_{cm}^2 = m g h_1 \rightarrow v_{cm}^2 = 2 g h_1 \rightarrow S_x = \sqrt{4 h_1 h_2}$

Sistema in rotolamento:  $\frac{1}{2} m v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 = m g h_1$ ; essendo  $v_{cm} = \omega R$

$$\rightarrow v_{cm}^2 = \frac{2 m g h_1}{m + \frac{I}{R^2}} = \frac{10}{7} g h_1 \rightarrow S_x = \sqrt{\frac{20}{7} h_1 h_2} = \sqrt{\frac{5}{7}} \sqrt{4 h_1 h_2} \quad I = \frac{2}{5} m R^2$$



# Misuriamo!





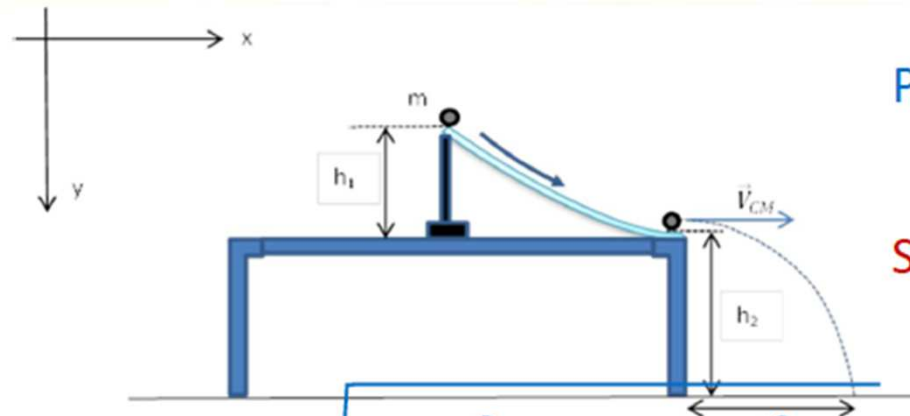
# Scheda di laboratorio





Esempio di analisi dati

# Conservazione dell'energia meccanica



Punto:  $S_x = \sqrt{4h_1h_2}$

Sistema:  $S_x = \sqrt{\frac{5}{7}} \sqrt{4h_1h_2}$

Punto:  $\sigma_{S_x} = \sqrt{\left(\frac{\partial S_x}{\partial h_1}\right)^2 \sigma_{h_1}^2 + \left(\frac{\partial S_x}{\partial h_2}\right)^2 \sigma_{h_2}^2} = \sqrt{\frac{h_2}{h_1} \sigma_{h_1}^2 + \frac{h_1}{h_2} \sigma_{h_2}^2}$

$$\frac{\partial S_x}{\partial h_1} = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}}$$

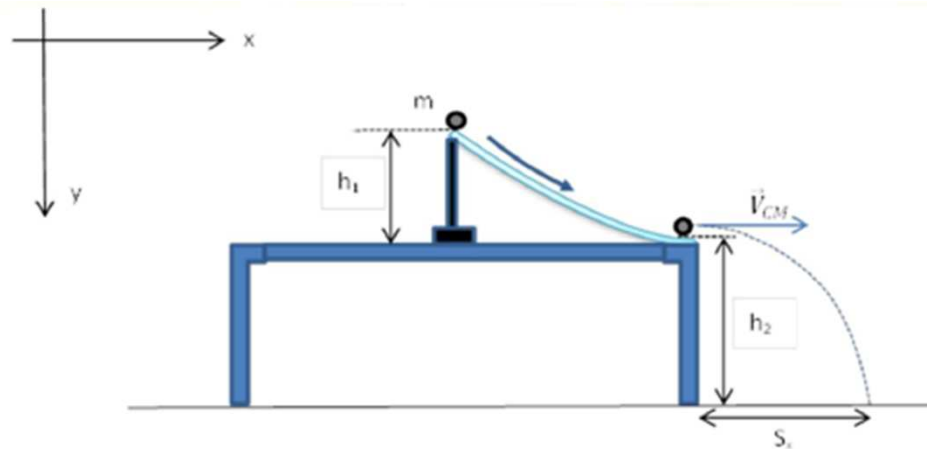
$$\frac{\partial S_x}{\partial h_2} = \sqrt{\frac{h_1}{h_2}}$$

Sistema:  $\sigma_{S_x} = \sqrt{\frac{5}{7}} \times \sqrt{\frac{h_2}{h_1} \sigma_{h_1}^2 + \frac{h_1}{h_2} \sigma_{h_2}^2}$





# Conservazione dell'energia meccanica



Le misure  $h_1$  e  $h_2$  sono state eseguite con un metro di sensibilità  $S = 0,10 \text{ cm}$

$$\sigma_S = \frac{S}{\sqrt{12}} = 0,029 \cong 0,03$$

$$h_1 = 12,40 \pm 0,03 \text{ cm}$$

$$h_2 = 72,60 \pm 0,03 \text{ cm}$$

$$\text{Punto: } S_x = 60,01 \pm 0,07 \text{ cm}$$

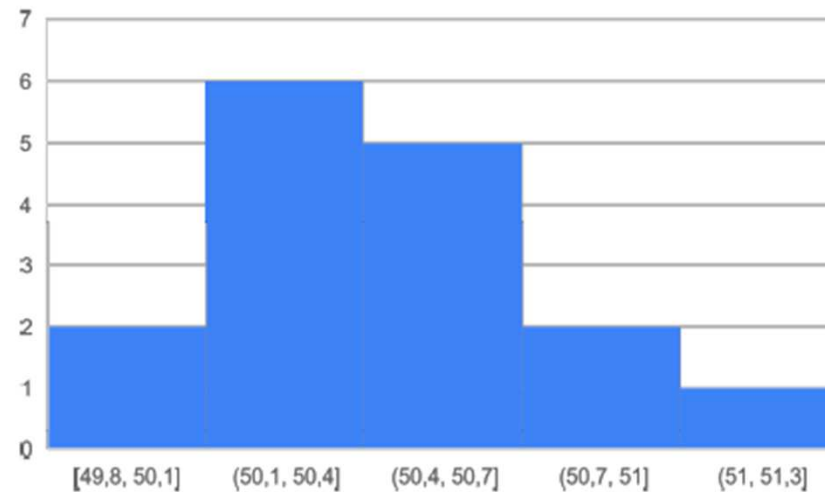
$$\text{Sistema: } S_x = 50,72 \pm 0,06 \text{ cm}$$



# Conservazione dell'energia meccanica

## Piano di PVC con scotch di plastica

1	50,90
2	50,20
3	50,30
4	50,60
5	50,40
6	50,50
7	50,70
8	50,40
9	50,70
10	50,80
11	51,20
12	50,60
13	50,40
14	50,30



$$\begin{aligned}\bar{s}_x^m &= 50,57 \text{ cm} \\ \sigma_{s_x^m} &= 0,27 \text{ cm} \\ \sigma_{\bar{s}_x^m} &= 0,073 \text{ cm} \cong 0,07 \text{ cm}\end{aligned}$$



## Conservazione dell'energia meccanica

Esperimento

$$\bar{S}_x^m = 50,57 \pm 0,07 \text{ cm}$$

Punto:  $S_x = 60,01 \pm 0,07 \text{ cm}$

Sistema:  $S_x = 50,72 \pm 0,06 \text{ cm}$

I valori trovati sono compatibili?



## Conservazione dell'energia meccanica

Esperimento

$$\bar{S}_x^m = 50,57 \pm 0,07 \text{ cm}$$

$$\text{Punto: } S_x = 60,01 \pm 0,07 \text{ cm}$$

$$\text{Sistema: } S_x = 50,72 \pm 0,06 \text{ cm}$$

Punto materiale:  $t \cong 140 \rightarrow$  non c'è compatibilità con il valore atteso

Sistema in rotolamento:

$$t = \frac{\bar{S}_x^m - S_x}{\sqrt{\sigma_{\bar{S}_x^m}^2 + \sigma_{S_x}^2}} = \frac{50,57 - 50,72}{\sqrt{0,07^2 + 0,06^2}} = 1,5 < 1.96$$



Perché non usare solo il PVC?



# Conservazione dell'energia meccanica

## Sistema in rotolamento

$$\text{Solo PVC : } t = \frac{\bar{S}_x^m - S_x}{\sqrt{\sigma_{\bar{S}_x^m}^2 + \sigma_{S_x}^2}} = \frac{40,51 - 38,27}{\sqrt{0,074^2 + 0,10^2}} = 18$$

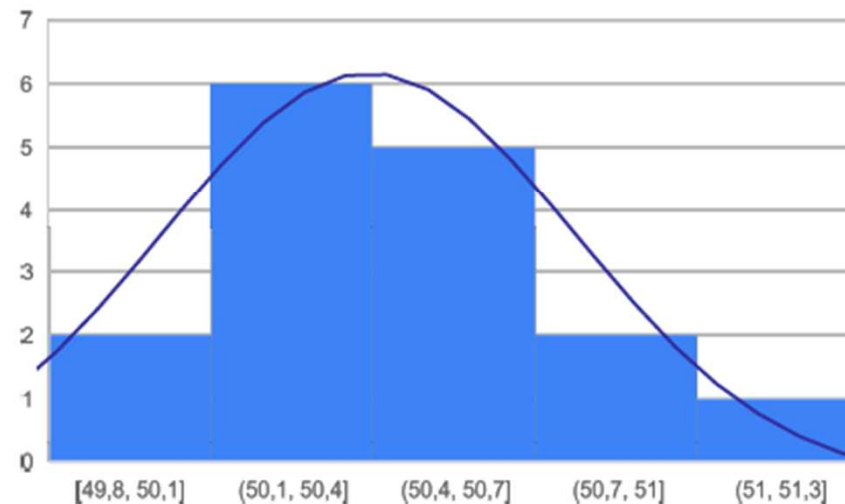
$$\text{PVC con scotch di plastica: } t = \frac{\bar{S}_x^m - S_x}{\sqrt{\sigma_{\bar{S}_x^m}^2 + \sigma_{S_x}^2}} = 1,5$$



# Conservazione dell'energia meccanica

## Piano di PVC con scotch di alluminio

1	49,8
2	50,5
3	50,1
4	50,5
5	50,6
6	50,2
7	50,5
8	50,8
9	50,3
10	50,4
11	50,5
12	50,8
13	50,1
14	49,8
15	51,3
16	50,4



$$\bar{S}_x^m = 50,41 \text{ cm}$$

$$\sigma_{S_x^m} = 0,38 \text{ cm}$$

$$\sigma_{\bar{S}_x^m} = 0,094 \text{ cm}$$



# Conservazione dell'energia meccanica

Esperimento

$$\bar{S}_x^m = 50,41 \pm 0,09 \text{ cm}$$

$$\text{Punto: } S_x = 60,01 \pm 0,07 \text{ cm}$$

$$\text{Sistema: } S_x = 50,72 \pm 0,06 \text{ cm}$$

Punto materiale: non c'è compatibilità con il valore atteso

Sistema in rotolamento:

$$t = \frac{\bar{S}_x^m - S_x}{\sqrt{\sigma_{\bar{S}_x^m}^2 + \sigma_{S_x}^2}} = \frac{50,41 - 50,72}{\sqrt{0,09^2 + 0,06^2}} = 2,7$$





## Conservazione dell'energia meccanica

### Sistema in rotolamento

$$\text{Solo PVC : } t = \frac{\bar{S}_x^m - S_x}{\sqrt{\sigma_{\bar{S}_x^m}^2 + \sigma_{S_x}^2}} = \frac{40,51 - 38,27}{\sqrt{0,074^2 + 0,10^2}} = 18$$

$$\text{PVC con scotch di alluminio: } t = \frac{\bar{S}_x^m - S_x}{\sqrt{\sigma_{\bar{S}_x^m}^2 + \sigma_{S_x}^2}} = 2,7$$

$$\text{PVC con scotch di plastica: } t = \frac{\bar{S}_x^m - S_x}{\sqrt{\sigma_{\bar{S}_x^m}^2 + \sigma_{S_x}^2}} = 1,5$$

Dal confronto dei valori ottenuti e delle caratteristiche dei materiali si deduce che è l'attrito volvente a dissipare energia nel caso del solo PVC e, in misura minore, dello scotch di Al.